IOI 2026 中国国家集训队集中培训

第三试

时间：2025 年 12 月 4 日 08:00 ~ 13:00

题目名称	无题	复读机	解开尘封的序列
题目类型	传统型	传统型	传统型
输入	标准输入	标准输入	标准输入
输出	标准输出	标准输出	标准输出
每个测试点时限	3.0 秒	5.0 秒	4.5 秒
内存限制	1024 MiB	1024 MiB	1024 MiB
子任务数目	6	5	8
测试点是否等分	否	否	否

无题（nameless）

【题目描述】

很久以前，小 M 和他的朋友小 N 一起筹备了一场编程比赛。他们一共拟出了 n 道题目，编号为 $1 \sim n$，其中第 i $(1 \le i \le n)$ 道题目的质量为非负整数 a_i。

时光飞逝。如今，小 M 不再是信息学奥林匹克竞赛的选手，但他们曾约定要一起举办一系列的比赛。

小 M 并没有忘记这件事。

现在，小 M 希望将这 n 道题分成若干次训练赛，即将这 n 道题划分为若干个连续区间。题目的划分方案可以用一列整数表示：$0 = r_0 < r_1 < r_2 < \cdots < r_k = n$，表示将会有 k 次训练赛，第 i 次训练赛将包含所有编号在 $(r_{i-1}+1)$ 到 r_i（两端都包含）的题目。

此外，小 M 希望给参赛选手提供尽可能好的比赛。小 M 观察到，一场比赛的质量是由其最好的题和最后一个题共同决定的。所以他规定：一场训练赛的质量为其所包含题目 a_i 的最大值和所包含编号最大的题目的 a_i 的乘积。

小 M 还没有决定比赛的场数，目前只有 q 个候选值 $k_1, k_2, \ldots, k_q$。小 M 想知道，对于每个 $1 \le j \le q$，在所有的划分题目至恰好 k_j 场训练赛的方式中，所有训练赛的质量总和最大是多少。

【输入格式】

从标准输入读入数据。

本题包含多组测试数据。

输入的第一行包含一个正整数 t，表示测试数据组数。

接下来依次输入每组测试数据，对于每组测试数据：

- 第一行包含两个正整数 n, q。
- 第二行包含 n 个非负整数 $a_1, a_2, \ldots, a_n$。
- 第三行包含 q 个正整数 $k_1, k_2, \ldots, k_q$。

【输出格式】

输出到标准输出。

对于每组测试数据，输出一行 q 个非负整数，其中第 j $(1 \le j \le q)$ 个非负整数表示在所有的划分题目至恰好 k_j 场训练赛的方式中，所有训练赛的质量总和的最大值。

【样例 1 输入】

```
2
4 3
```

```
3 2 4 1
3 1 4
5 5
10 3 16 8 7
1 2 3 4 5
```

【样例 1 输出】

```
26 4 30
112 312 412 469 478
```

【子任务】

对于所有测试数据，均有：

- $1 \le n, \sum n \le 5 \times 10^5$，$1 \le q, \sum q \le 10^5$；
- 对于所有 $1 \le i \le n$，均有 $0 \le a_i \le 10^6$；
- 对于所有 $1 \le j \le q$，均有 $1 \le k_j \le n$。

<table>
<tr><th>子任务编号</th><th>分值</th><th>$\sum n \le$</th><th>$\sum q \le$</th><th>特殊性质</th></tr>
<tr><td>1</td><td>10</td><td>300</td><td>300</td><td rowspan="4">无</td></tr>
<tr><td>2</td><td>20</td><td>3000</td><td>3000</td></tr>
<tr><td>3</td><td>10</td><td rowspan="2">10^5</td><td>10</td></tr>
<tr><td>4</td><td>30</td><td rowspan="3">10^5</td></tr>
<tr><td>5</td><td>10</td><td rowspan="2">5×10^5</td><td>$a_n = 0$</td></tr>
<tr><td>6</td><td>20</td><td>无</td></tr>
</table>

复读机（repeater）

【题目描述】

考虑两位玩家进行如下的一个信任游戏（请注意，这个信任游戏可能与你所了解的某游戏有所不同）：

- 有一台这样的机器：**当一位玩家放进去一枚硬币，另一位玩家会得到三枚硬币。**
- 游戏共进行 $2m$ 轮，两位玩家轮流行动，每次行动中，行动的玩家可以选择一下两种操作其一：
  - 「合作」：放入一枚硬币；
  - 「欺骗」：不放硬币。
- 若选择「合作」，则行动的玩家失去一枚硬币，另一位玩家获得三枚硬币；若选择「欺骗」，则无事发生。
- 每次行动后，另一位玩家会获知当前行动玩家的选择。

现在你将和「复读机」进行这个信任游戏，你先行动。「复读机」的策略可以用若干个长度不超过 m 的 01 串构成的可重集合 S 表示。他的具体策略为：先从集合中**等概率**随机选取一个 01 串 s，设其长度为 k，则他在第 $2i$ $(1 \le i \le m)$ 轮（也就是他的第 i 次行动）时策略为：

- 对于 $1 \le i \le k$，若 $s_i = 0$，则选择「合作」；若 $s_i = 1$，选择「欺骗」。
- 对于 $k < i \le m$，选择与**你**的上一次选择相同，也就是第 $2i - 1$ 轮的选择。

现在你的对手「复读机」的策略池 S 还未确定，他会进行 n 次操作：每次操作包含一个长度不超过 m 的 01 串 s_i 和数量 a_i，表示向 S 中**加入** a_i **个** s_i。特别地，如果 $a_i < 0$，则表示从 S 中**删除** $-a_i$ **个** s_i，其中 S 中**至少有** $-a_i$ **个** s_i，且**删除后** S 中**至少还有** 1 **个** 01 **串**。

你需要在每次操作后，计算出你在最优策略下，期望最多收益为多少硬币，每次操作后的询问相互独立。请注意，你已知集合 S，但你并不能得知他选择的 01 串 s，而你的每次行动都可以基于之前轮双方的选择进行决策。你只需要输出期望收益乘 $|S|$ 的值，可以证明是一个整数。

【输入格式】

从标准输入读入数据。

输入的第一行包含两个正整数 n, m。

输入的第 $i + 1$ $(1 \le i \le n)$ 包含一个长度不超过 m 的 01 串 s_i 和一个整数 a_i。

【输出格式】

输出到标准输出。

输出 n 行，每行一个整数表示答案。

【样例 1 输入】

```
8 3
111 1
1 1
0 1
011 4
1 -1
01 3
011 -3
0 3
```

【样例 1 输出】

```
0
3
10
18
15
28
22
41
```

【子任务】

对于所有测试数据，均有：

- $1 \le n \le 3 \times 10^5$，$1 \le m \le 10^6$；
- 对于所有 $1 \le i \le n$，均有 $1 \le |s_i| \le m$，$1 \le |a_i| \le 10^6$，且 $\sum_{i=1}^{n} |s_i| \le 4 \times 10^5$。
- 对于所有 $1 \le i \le n$，若 $a_i < 0$，则 S 中至少有 $-a_i$ 个 s_i，且删除后 S 中至少还有 1 个 01 串。

<table>
<tr><th>子任务编号</th><th>分值</th><th>$n \le$</th><th>$m \le$</th><th>特殊性质</th></tr>
<tr><td>1</td><td>20</td><td>2000</td><td>2000</td><td>A</td></tr>
<tr><td>2</td><td rowspan="3">15</td><td>20</td><td>10^6</td><td rowspan="2">无</td></tr>
<tr><td>3</td><td rowspan="3">3×10^5</td><td>20</td></tr>
<tr><td>4</td><td rowspan="2">10^6</td><td>B</td></tr>
<tr><td>5</td><td>35</td><td>无</td></tr>
</table>

特殊性质 A：对于所有 $1 \le i \le n$，均有 $a_i = 1$，且 $\sum_{i=1}^{n} |s_i| \le 5000$。

特殊性质 B：对于所有 $1 \le i < n$，均有 $|s_i| \ge |s_{i+1}|$。

【评分方式】

对于每个子任务：

1. 正确回答所有测试数据的第 n 次操作后的答案，可获得该子任务 40% 的分数；
2. 正确回答所有测试数据的答案，可获得该子任务 100% 的分数。

注意：即使选手仅回答了第 n 次操作后的答案，也需要按照输出格式输出 n 个整数，分别对应每次操作后的答案。

解开尘封的序列（sequence）

【题目描述】

给定进制数 $p \in \{2,3\}$。定义 p 进制下的位运算如下：

- 对于 $0 \le x < p^d$，设 x 的 p 进制表示为 $\overline{(x_{d-1}\dots x_1x_0)_p}$（不足 d 位的用前导 0 补齐），定义 $\mathrm{popcount}_p(x)$ 为 x 的 p 进制表示下**非零位的个数**，即 $\sum_{i=0}^{d-1}[x_i > 0]$。
- 对于 $0 \le x, y < p^d$，设 x, y 的 p 进制表示分别为 $\overline{(x_{d-1}\dots x_1x_0)_p}, \overline{(y_{d-1}\dots y_1y_0)_p}$（不足 d 位的用前导 0 补齐），定义如下三种运算：
  1. p **进制按位与**：$x \operatorname{and}_p y = \overline{(z_{d-1}\dots z_1z_0)_p}$，其中 $z_i = \min(x_i, y_i)$ $(0 \le i < d)$；
  2. p **进制按位或**：$x \operatorname{or}_p y = \overline{(z_{d-1}\dots z_1z_0)_p}$，其中 $z_i = \max(x_i, y_i)$ $(0 \le i < d)$；
  3. p **进制按位异或**（即 p **进制不进位加法**）：$x \operatorname{xor}_p y = \overline{(z_{d-1}\dots z_1z_0)_p}$，其中 $z_i = (x_i + y_i) \bmod p$ $(0 \le i < d)$。

给定两个长度为 n 的序列 a, w 和一个长度为 p^d 的序列 z，其中对于所有 $1 \le i \le n$，$0 \le a_i < p^d$。对于所有 $0 \le u < p^d$，定义 u 的生成序列 $F(u)$ 如下：

- 对于 $1 \le i \le n$，令

$$b_i = A \cdot \mathrm{popcount}_p(a_i \operatorname{and}_p u) + B \cdot \mathrm{popcount}_p(a_i \operatorname{or}_p u) + C \cdot \mathrm{popcount}_p(a_i \operatorname{xor}_p u),$$

  其中 A, B, C 为给定的非负整数。
- 令 $F(u)$ 为将 b **从小到大排序**后得到的序列，即 $F(u) = \mathrm{sorted}([b_1, b_2, \dots, b_n])$。

有 q 次询问，每次询问给定 $A, B, C, l_1, r_1, l_2, r_2$，求

$$\left(\sum_{i=l_1}^{r_1}\sum_{j=l_2}^{r_2} z_i w_j F(i)_j\right) \bmod 2^{32}.$$

【输入格式】

从标准输入读入数据。

输入的第一行包含三个非负整数 n, d, p。

输入的第二行包含 n 个非负整数 $a_1, a_2, \dots, a_n$。

输入的第三行包含 n 个非负整数 $w_1, w_2, \dots, w_n$。

输入的第四行包含 p^d 个非负整数 $z_0, z_1, \dots, z_{p^d-1}$。

输入的第五行包含一个正整数 q，表示询问次数。

输入的第 $i+5$ $(1 \le i \le q)$ 行包含七个非负整数 $A, B, C, l_1, r_1, l_2, r_2$，表示第 i 次询问。

【输出格式】

输出到标准输出。

输出 q 行，第 i $(1 \le i \le q)$ 行一个非负整数表示第 i 次询问的答案。

【样例 1 输入】

```
3 2 2
0 0 2
1 1 2
3 4 4 4
5
1 7 2 0 1 1 1
3 3 5 0 2 2 3
5 2 10 0 1 2 3
3 9 7 0 3 3 3
5 6 1 0 1 2 3
```

【样例 1 输出】

```
36
304
312
736
182
```

【子任务】

对于所有测试数据，均有：

- $1 \le n \le 3 \times 10^5$，$0 \le d \le 12$，$p \in \{2,3\}$；
- 对于所有 $1 \le i \le n$，均有 $0 \le a_i < p^d$；
- 对于所有 $1 \le i \le n$，均有 $0 \le w_i < 2^{32}$；
- 对于所有 $0 \le i < p^d$，均有 $0 \le z_i < 2^{32}$；
- $1 \le q \le 3 \times 10^5$；
- $0 \le A, B, C \le 10^9$，$0 \le l_1 \le r_1 < p^d$，$1 \le l_2 \le r_2 \le n$。

<table>
<tr><th>子任务编号</th><th>分值</th><th>$n \le$</th><th>$d \le$</th><th>$p =$</th><th>$q \le$</th><th>特殊性质</th></tr>
<tr><td>1</td><td>5</td><td>5000</td><td>12</td><td rowspan="6">2</td><td>5</td><td rowspan="2">无</td></tr>
<tr><td>2</td><td>15</td><td rowspan="7">3×10^5</td><td>10</td><td>10^5</td></tr>
<tr><td>3</td><td>11</td><td rowspan="4">12</td><td rowspan="6">3×10^5</td><td>A</td></tr>
<tr><td>4</td><td>8</td><td>B</td></tr>
<tr><td>5</td><td rowspan="2">17</td><td>C</td></tr>
<tr><td>6</td><td>无</td></tr>
<tr><td>7</td><td>11</td><td rowspan="2">5</td><td rowspan="2">3</td><td>C</td></tr>
<tr><td>8</td><td>16</td><td>无</td></tr>
</table>

特殊性质 A：所有询问的给出的三元组 (A, B, C) 均相同。

特殊性质 B：对于所有询问，均有 $l_1 = r_1$。

特殊性质 C：对于所有询问，均有 $l_1 = 0$ 且 $r_1 = p^d - 1$。

【提示】

本题输入输出规模较大，请使用较为快速的输入输出方式。